

甘肃省高等教育自学考试 课程考试大纲

专业名称：小学教育（专科）

专业代码：570103K

课程名称：数论初步（00418）



甘肃省高等教育自学考试委员会 制定

2024年3月

小学教育专业（专科）

《数论初步》

自学考试课程大纲

一、课程性质与设置目的

（一）课程性质与特点

《数论初步》课程是小学教育专业（专科）核心课程。它以“基础教育课程改革纲要”和“义务教育数学课程标准（2022年版）”为指导，根据数学课程发展的趋势，研究数的规律。主要涉及整数、素数、有理数、模、同余等数论基本概念，素数测试、素数生成、不定方程求解等数论算法。数论初步课程内容丰富，概念抽象，学习难度较大，与其他数学学科课程联系紧密，如离散数学、代数、几何等。数论初步课程中包含大量的数学证明和推理过程，需要学生掌握数学基础知识，如代数、集合、概率论等，同时还需要具有较强的逻辑思维能力、分析能力和归纳能力等。

（二）本课程的基本要求

设置《数论初步》课程的目的是让学生掌握较为系统的数论知识、概念和算法，提升学生的数学素养。通过本课程的学习，主要实现如下目标：

第一，让考生掌握基础的数论知识，构建起较为全面、合理的数学知识体系与框架。

第二，理解数论当中的重要概念，能够用这些概念解释数论领域和小学数学数与代数领域的基本规律。

第三，掌握数论领域基本的算法，基于算法能够解决数论领域和小学数学数与代数领域的常规性问题，提升考生分析和解决数学问题的能力。

（三）本课程与相关课程的关系

由于本门课程是一门注重理论和逻辑的课程，它阐明的是数论领域的基本知识、概念和算法，因而要求学习者首先应具备基础的数学知识，宜在先修《离散数学》的基础上来学习本课程。又由于数论初步课程与理性思维发展密切关联，因此学习本课程可以为后续其他数学类课程、科学类课程提供重要支撑。

二、课程内容与考核目标

第一章 整数与整除

（一）学习目的与要求

通过本章的学习，识记整除及其性质，哥德巴赫猜想；领会整数及其四则运算，奇数与偶数，质数与合数，互质；简单应用带余除法，简单约数的判别法，最大公约数，最小公倍数，取整函数；综合应用算术基本定理，自然数的约数个数。

（二）课程内容

第1节 数

1. 整数及其四则运算
2. 带余除法
3. 整除及其性质
4. 奇数与偶数

第2节 数的规律

1. 简单约数的判别法
2. 质数与合数
3. 算术基本定理
4. 最大公约数
5. 互质
6. 最小公倍数
7. 取整函数
8. 自然数的约数个数
9. 哥德巴赫猜想及其它

（三）考核知识点

第1节 数

第2节 数的规律

（四）考核要求

1. 数

- （1）识记：整除及其性质。
- （2）领会：整数及其四则运算，奇数与偶数。
- （3）简单应用：带余除法。

2. 数的规律

- （1）识记：哥德巴赫猜想。
- （2）领会：质数与合数，互质。

(3) 简单应用：简单约数的判别法，最大公约数，最小公倍数，取整函数。

(4) 综合应用：算术基本定理，自然数的约数个数。

第二章 同余与同余式

(一) 学习目的与要求

通过本章的学习，识记同余的概念；领会完全剩余系，欧拉函数与简化剩余系，梅森数与费马数，完全数，费马小定理，中国剩余定理；简单应用同余的基本性质，多项式的同余性质，弃九法，有限小数，纯循环小数，混循环小数，一次同余式的解法，解一次同余式组。

(二) 课程内容

第1节 同余理论基础知识

1. 同余的概念
2. 同余的基本性质
3. 多项式的同余性质
4. 完全剩余系
5. 欧拉函数与简化剩余系
6. 弃九法
7. 梅森数与费马数
8. 完全数
9. 有限小数
10. 纯循环小数
11. 混循环小数
12. 费马小定理

第2节 解同余式

1. 一次同余式的解法
2. 解一次同余式组
3. 中国剩余定理

(三) 考核知识点

第1节 同余理论基础知识

第2节 解同余式

(四) 考核要求

1. 同余理论基础知识

(1) 识记：同余的概念。

(2) 领会：完全剩余系，欧拉函数与简化剩余系，梅森数与费马数，完全数，费马小定理。

(3) 简单应用：同余的基本性质，多项式的同余性质，弃九法，有限小数，纯循环小数，混循环小数。

2. 解同余式

(1) 领会：中国剩余定理。

(2) 简单应用：一次同余式的解法，解一次同余式组。

第三章 不定方程

(一) 学习目的与要求

通过本章的学习，识记不定方程的概念，费马大定理简介；领会二元一次不定方程，多元一次不定方程，多元一次不定方程组，勾股数组；简单应用无穷递降法。

(二) 课程内容

第1节 基本不定方程

1. 不定方程的概念
2. 二元一次不定方程
3. 多元一次不定方程
4. 多元一次不定方程组

第2节 解不定方程

1. 勾股数组
2. 无穷递降法
3. 费马大定理简介

(三) 考核知识点

第1节 基本不定方程

第2节 解不定方程

(四) 考核要求

1. 基本不定方程

(1) 识记：不定方程的概念。

(2) 领会：二元一次不定方程，多元一次不定方程，多元一次不定方程组。

2. 解不定方程

- (1) 识记：费马大定理简介。
- (2) 领会：勾股数组。
- (3) 简单应用：无穷递降法。

三、关于大纲的说明与考核实施要求

为了使本大纲的规定能在个人自学、社会助学和考试命题中得到切实的贯彻和落实，特对有关问题作如下说明并提出具体实施要求。

(一) 自学考试大纲的目的和作用

本课程自学考试大纲是根据小学教育专业（专科）自学考试计划的要求，结合自学考试的特点而确定的。其目的是对个人自学、社会助学和课程考试命题进行指导和规定。

本课程自学考试大纲明确了本门课程学习的内容以及深广度，规定了本门课程自学考试的范围和标准。因此，它可以作为编写自学考试教材和辅导书的依据，是社会助学组织进行自学辅导的依据，是自学者学习教材、掌握课程内容知识范围和程度的依据，也是进行自学考试命题的依据。

(二) 课程自学考试大纲与教材的关系

本课程自学考试大纲是进行学习与考核的依据，教材是大纲的具体化，教材的内容是对大纲规定的内容的具体而系统的阐述。教材是学习者学习和社会助学的主要参考依据，是学习者掌握本门课程知识的基本内容与范围，教材的内容是大纲所规定的课程知识和内容的扩展与发挥。

本大纲与教材所体现的内容是基本一致的。凡是大纲所规定的内容和所要考核的知识点，教材都作了系统和全面的阐释。教材比大纲详尽，大纲比教材扼要。由于知识的系统性和理论体系表达的需要，教材内容有时超出大纲规定的范围，常常不在考核范围之内。

(三) 关于自学教材与主要参考书

学习教材：

周春荔编：《数论初步》，北京：北京师范大学出版社，2000年版。

推荐参考书：

1. 朱伟义编：《数论初步》，北京：电子工业出版社，2023年版。
2. 陈肇曾编：《数论初步》，北京：高等教育出版社，2020年版。

(四) 关于自学要求和自学方法的指导

本大纲的课程基本要求是依据本专业的考试计划和专业培养目标而确定的。课程基本要求还明确了课程的基本内容，以及对基本内容掌握的程度。基本要求中的知识点构成了课程内容的主体部分。因此，课程基本内容掌握程度、课程考试知识点是高等教育自学考试考核的主要内容。

在自学要求中，对各部分内容掌握程度的要求由低到高分四个层次，其表达用语依次是：了解；理解；掌握；着重掌握等。

本课程共 4 个学分。

为有效地指导个人自学和社会助学，本大纲已指明了课程的重点和难点，在各章的学习目的要求中也指明了各章内容的重点和难点。现根据学习者情况就自学方法提出以下指导意见：

1. 全面系统地学习课程内容

对于一门课程的学习要想取得好的成绩，根本的一条就是全面系统地学习课程内容，掌握基本知识、基本概念和基本原理，掌握基本方法。本课程的内容涉及数论初步的多个方面，知识范围较广，也有一定深度。考生在学习本门课程时，首先要从总体上把握其内容框架，弄清楚各部分之间的逻辑联系，全面系统地学习各章节，识记基本概念、基本知识，初步掌握基本方法，在此基础上，再对所学知识进行系统化和总结概括，从知识点、知识块到知识体系深入领会和掌握。

2. 注重理论联系实际

本课程阐述的内容来源于数论初步的基本理论和基本方法，与考生的数学素养密切相关。考生应善于把初等数论的基本理论、基本知识、基本方法与自己接触、了解、学习到的小学数学知识体系联系起来学习。从数论的视角深度认识小学数学问题，把具体的小学数学知识用数论理论加以提升和系统化，从而更深刻地理解和掌握小学数学内容，提高考生发现数学问题和解决数学问题的能力。

3. 学会科学地学习

考生应根据自己在职、业余等特点，善于利用时间，用零散的时间学习个别知识点、个别概念，在集中的时间系统综合地学习大块教材内容，消化和理解教材，应用已学的知识分析和解决一些小学数学问题。应先阅读大纲，抓住重点、要点，而后系统地学习教材。要始终抓住数论理论与小学数学知识相连接这条主线，弄清小学数学规律与原理的相关问题。应根据自己的具体情况制定学习计划，制定全年、学期计划，还要制定分阶段的单元学习计划，按部就班地学习。

（五）对社会助学的要求

1. 社会助学者应根据本大纲规定的课程内容和考核目标，钻研指定教材，参考推荐书籍，对考生进行有效的指导，把握正确的助学导向，避免考生走弯路。

2. 正确处理基础知识、基本理论和能力培养的关系。引导学生将识记、领会和应用联系起来，把基础知识和基本理论转化为应用能力。在全面辅导学生掌握知识理论的基础上，培养他们分析、解决问题的能力和自学能力，使他们“学会学习”。

3. 要正确处理重点和一般的关系。课程和知识是有系统的和有逻辑的，这就是它们的内在联系，重点内容就是这个逻辑的轴线和各个关节点，一般内容就是围绕这个轴线的关节点的分枝和细节。着眼点是关节点和轴线，但要从分枝和细节下手，这样去掌握知识的整个系统。社会助学者应指导考生在掌握全部考试内容和考核知识点的基础上突出重点，并把重点学习同兼顾一般结合起来，切勿孤立地抓重点，把自学应考者引向猜题押题的偏途。

4. 社会助学者在指导学习者应考时应注意课堂集中辅导和课后实践引导相结合。本课程的课堂集中辅导时间应给予充分保证，一般不得少于 36 个学时。

（六）对考核内容和考核目标的说明

1. 本课程要求考生学习和掌握的知识点内容都源于考核的内容。课程上各章的内容均由若干知识点组成，在自学考试中成为考核知识点。因此，课程自学考试大纲中所规定的考试内容，是以分解为考核知识点的方式给出的。由于各知识点在课程中的地位、作用以及知识自身的特点不同，自学考试将对各知识点分别按四个认知（或叫能力）层次确定其考核要求。

2. 四个能力层次是等级递进关系，由低到高依次是：识记；领会；简单应用；综合应用。各能力层次的含义是：

识记：要求考生知道本课程中的名词、概念、原理、知识的含义，并能正确认识、表述或识别。

领会：要求在识记的基础上，能把握本课程中的基本概念、基本原理和基本方法，掌握有关概念、原理、方法的区别与联系。

简单应用：要求在领会的基础上，运用本课程中的基本概念、基本认识和基本方法中的少量知识点，分析和解决一般的理论问题或实际问题。

综合应用：要求考生在简单应用的基础上，运用学过的本课程规定的多个知识点，综合分析和解决稍复杂的理论和实际问题。

（七）关于试卷结构及考试的有关说明

1. 本课程的考试采用笔试闭卷方式，时间为 120 分钟。60 分为及格线。考试时允许带钢笔或圆珠笔、2B 铅笔、橡皮。

2. 本大纲各章所规定的基本要求、知识点及知识点下的知识细目，都属于考核的内容。考试命题覆盖到章，并适当考虑课程重点、章节重点，加大重点内容的覆盖面。

3. 命制的试题中不应有超出大纲中考核知识点范围的题目，考核目标不得高于大纲中所规定的相应最高能力层次要求。命题应着重考核自学者对基本概念、基本知识和基本理论是否了解或掌握，对基本方法是否会用或熟练。不应命制与基本要求不符的偏题或怪题。

4. 本课程在试卷中对不同能力要求的分数比例大致为：识记占 20%，领会占 30%，简单应用占 30%，综合应用占 20%。

5. 试题要合理安排难易程度，试题的难度可分为：易、中等偏易、中等偏难和难四个等级。每份试卷中不同难度试题的分数比例一般为：易占 20%；较易占 30%；较难占 30%，难占 20%。

6. 本课程考试命题的主要题型一般有：单项选择题、填空题、计算题、证明题、应用题等。